

MATEMÁTICAS GRADO NOVENO

TERCERA PARTE

TEMA: ECUACIÓN LINEAL

Definición:

CONCEPTO: Una ecuación de primer grado con dos incógnitas es una igualdad en la que aparecen dos literales diferentes y cuyo exponente es el número uno. Por ejemplo: $x + y = 13$, en este caso los dos literales diferentes son “x” e “y”, cada una de ellas tiene exponente uno y la operación indicada es la siguiente: el valor de “x” aumentado el valor de “y”, es igual a trece. Podemos pensar infinita cantidad de respuestas: si le damos a “x” el valor de 6, la “y” deberá tener un valor de 7 ($6+7 = 13$); si le damos a “x” el valor de -4 , la “y” deberá asumir el valor de 17 ($-4 + 17 = 13$); si $x = 2,3$, el valor de $y = 10,7$ ($2,3 + 10,7 = 13$). Es posible encontrar siempre dentro de los números reales valores para las variables que al ser sumados dan como resultado 13.

Por regla general se denomina a “x” variable independiente y a la “y” variable dependiente, esto porque se da a “x” un valor cualquiera (no depende de condiciones específicas), el valor de “y” estará supeditado al valor que se haya tomado para la variable “x”.

No siempre podemos deducir el valor de “y” por una simple suma o resta, en este caso debemos realizar los procesos algebraicos necesarios para que una vez decidido el valor de la “x” podamos encontrar de forma precisa el valor de “y”. Por ejemplo:

$$5x + 2y = 9$$

En este caso resultaría bastante complicado pretender “adivinar” el valor de la variable “y” al asociarle a la variable “x” un valor específico, lo que haremos será despejar la variable “y”:

$2y = 9 - 5x$ (el término $5x$ que estaba positivo al lado izquierdo de la igualdad pasa al lado derecho con signo negativo)

$y = \frac{9-5x}{2}$ (el coeficiente 2 que estaba multiplicando a la variable “y” pasa a dividir)

Ahora con la variable “y” despejada podemos determinar los valores para esta variable cuando la variable “x” toma un valor específico, para ello reemplazamos en “y” el valor decidido para la “x”.

Supongamos que $x = 3$, quedaría...

$$y = \frac{9 - 5(3)}{2} \rightarrow y = \frac{9 - 15}{2} \rightarrow y = \frac{-6}{2} \rightarrow y = -3$$

Ahora supongamos que $x = -9$, el resultado para “y” será...

$$y = \frac{9 - 5(-9)}{2} \rightarrow y = \frac{9 + 45}{2} \rightarrow y = \frac{54}{2} \rightarrow y = 27$$

Démosle ahora el valor de $x = 5$...

$$y = \frac{9 - 5(5)}{2} \rightarrow y = \frac{9 - 25}{2} \rightarrow y = \frac{-16}{2} \rightarrow y = -8$$

Los valores de “x” e “y” se pueden representar en el plano cartesiano, para ello se recopila la información en una tabla de valores que puede realizarse de forma vertical u horizontal:

x	-9	3	5
y	27	-3	-8

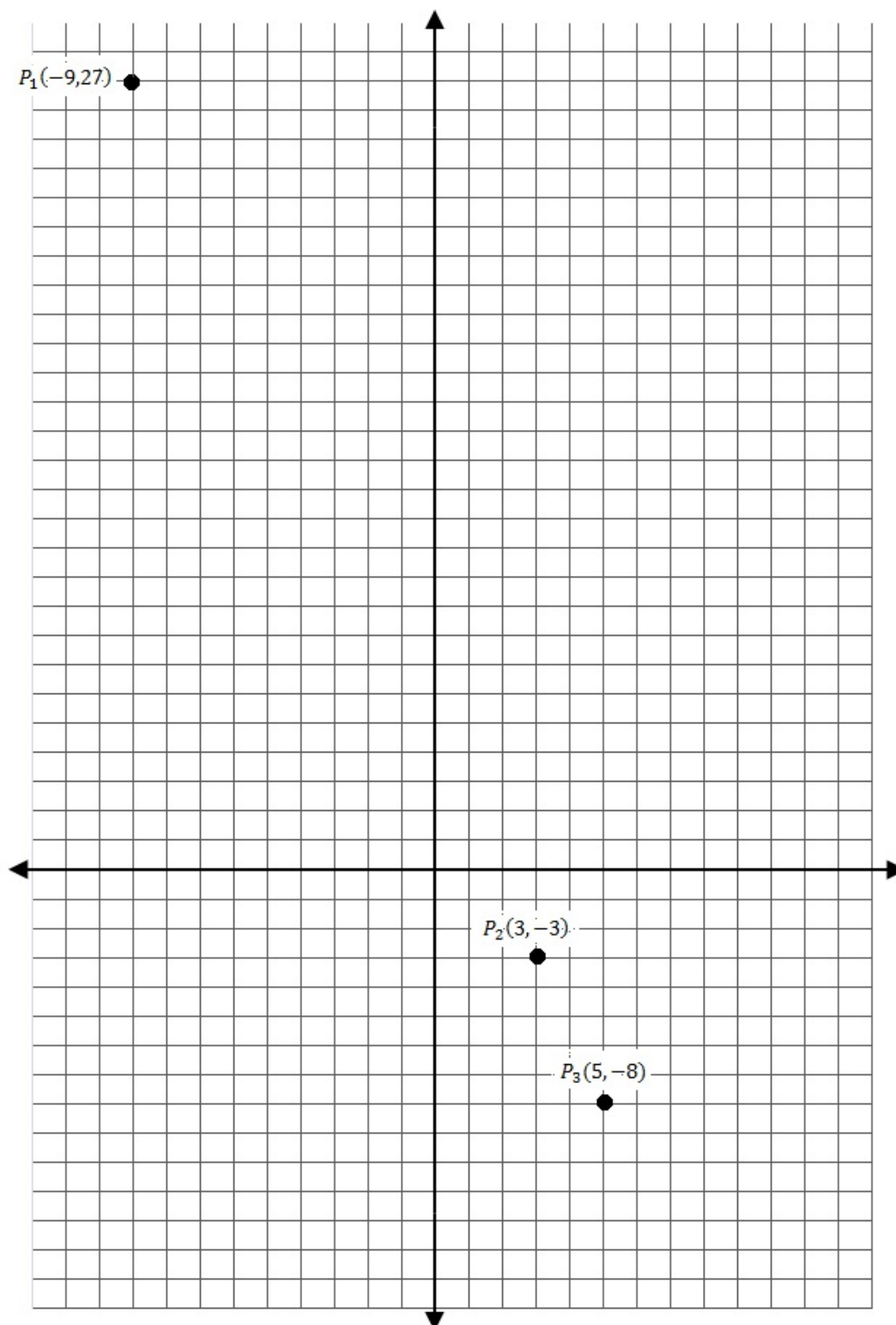
x	y
-9	27
3	-3
5	-8

También podemos escribir las coordenadas de los puntos en el plano cartesiano:

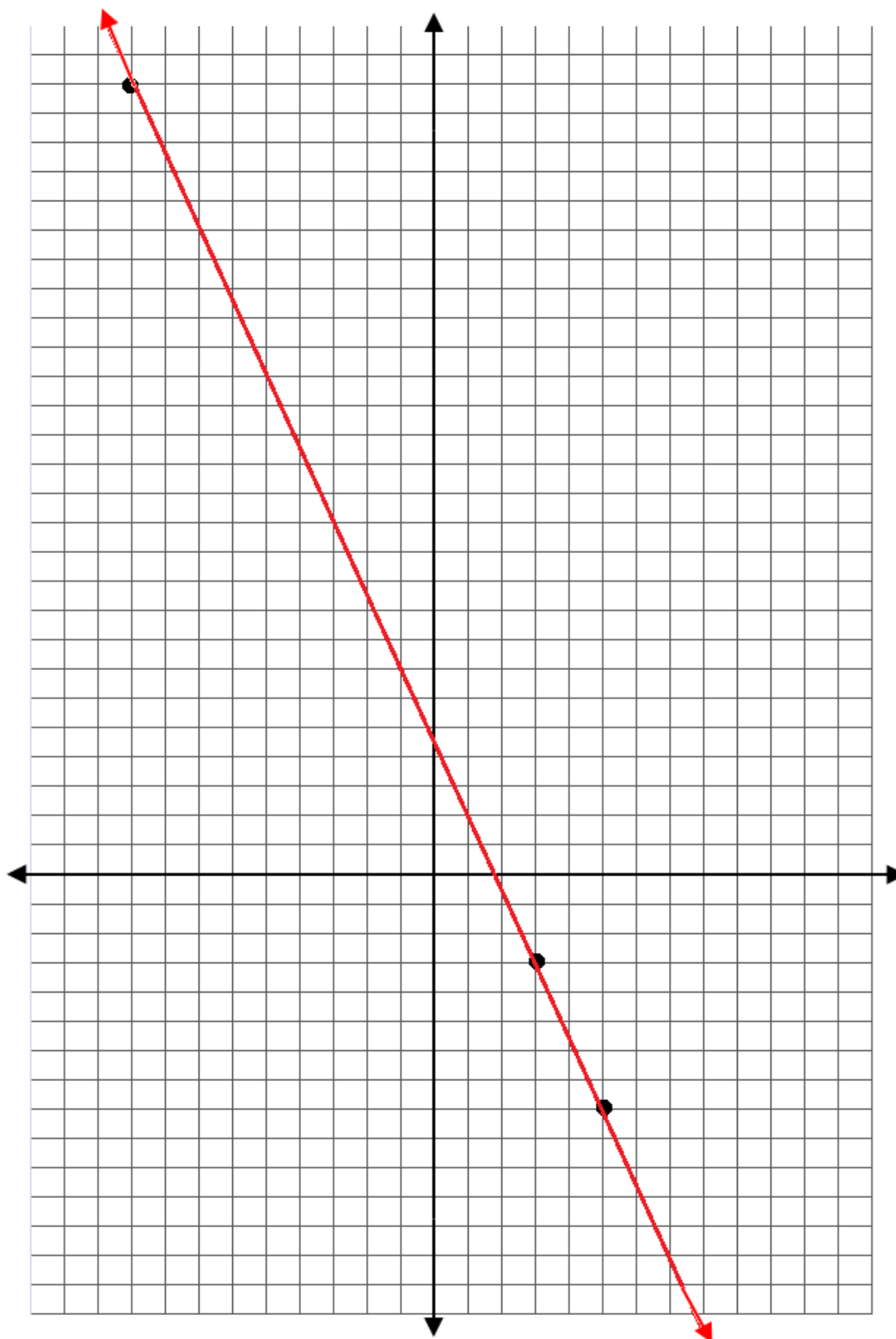
$$P_1(-9,27) \quad P_2(3,-3) \quad P_3(5,-8)$$

Es importante aclarar que por organización se colocan los valores de “x” en forma ascendente, por ello aunque el valor -9 no fue el primero que le dimos a la variable “x” se coloca de primero pues está ubicado más a la izquierda en la recta numérica (por ser negativo).

¿Qué pasa al representar esos valores en el plano cartesiano?



¿Qué figura se forma en el plano cartesiano al unir los puntos?



Se forma una línea recta. Aunque en este ejemplo se seleccionaron tres puntos del plano cartesiano uno de los principios básicos de la geometría nos dice que para trazar una línea recta son necesarios únicamente dos puntos.

Podemos concluir entonces que la gráfica correspondiente a una ecuación de primer grado con dos incógnitas es una línea recta.

TALLER 1

En el siguiente enlace están explicadas las diferentes formas de representación de una línea recta, ejercicios resueltos paso a paso y ejemplos de aplicación de la línea recta, deberás estudiarlo y resolver la actividad planteada en la página 182 (para practicar) y en la página 185 (autoevaluación).

http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/3esomatematicas/3quincena10/3eso_quincena10.pdf

SISTEMAS DE ECUACIONES

Cuando se presentan agrupadas varias ecuaciones y se pretende encontrar el punto o puntos que tienen en común (es decir, donde se intersecan) denominamos a este tipo de enunciado un sistema de ecuaciones. Casi siempre se evidencia la relación entre las ecuaciones mediante una llave:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ -x + 4y = 2 \end{cases}$$

Este enunciado plantea una relación entre dos líneas rectas:

$$R_1 \rightarrow 2x - 3y = 8$$

$$R_2 \rightarrow -x + 4y = 2$$

Para resolver sistemas de ecuaciones podemos utilizar varios métodos, los más usuales son:

- ★ **MÉTODO GRÁFICO:** Se trazan en un plano cartesiano las dos rectas y se ubican las coordenadas del punto donde las rectas se intersecan. Aunque este método es bastante sencillo presenta un gran inconveniente para determinar las coordenadas cuando los valores de las variables no son números enteros.
- ★ **MÉTODO DE IGUALACIÓN:** en este caso se despeja en ambas ecuaciones la misma variable, después igualamos los valores obtenidos y encontramos las coordenadas del punto de intersección.
- ★ **MÉTODO DE SUSTITUCIÓN:** para aplicar este método sólo despejamos una de las variables en cualquiera de las ecuaciones y el valor obtenido lo reemplazamos (sustituimos) en la segunda ecuación.
- ★ **MÉTODO DE REDUCCIÓN:** en este método se busca que una de las variables tenga el mismo coeficiente en las dos ecuaciones para poder restarlas (o sumarlas según el caso) y eliminarla, con ello se logra determinar el valor de la otra variable.

La explicación paso a paso de cada uno de los métodos y ejemplos de aplicación se encuentra en los siguientes enlaces:

http://fp.educarex.es/fp/pruebas_acceso/2011/modulo_III/matematicas/3mat07.pdf

http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/3esomatematicas/3quincena4/3eso_quincena4.pdf

TALLER 2

Resolver los siguientes ejercicios por el método propuesto:

Resuelve por sustitución:

1.
$$\begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ -3x + 3y = 5 \end{cases}$$

Resuelve por reducción:

2.
$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 4x + 3y = 14 \end{cases}$$

Resuelve por igualación:

3.
$$\begin{cases} 5x - 2y = 2 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

Resuelve por reducción:

4.
$$\begin{cases} 5x - y = 3 \\ -2x + 4y = -12 \end{cases}$$

Resuelve por sustitución:

5.
$$\begin{cases} 3x + 5y = 15 \\ 2x - 3y = -9 \end{cases}$$

Resuelve por reducción:

6.
$$\begin{cases} 4x + 6y = 2 \\ 6x + 5y = 1 \end{cases}$$

Resolver los siguientes sistemas por el método que te resulta más práctico o fácil:

7.
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ -3x + y = -10 \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ -6x - 2y = 1 \end{cases}$$

9.
$$\begin{cases} \frac{2x-1}{2} + \frac{y-3}{3} = \frac{11}{6} \\ -\frac{2x}{5} + \frac{y-1}{10} = -\frac{6}{5} \end{cases}$$